第27卷 第1期 工 程 数 学 学 报 Vol. 27 No. 1
2010年02月 CHINESE JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS Feb. 2010

文章编号:1005-3085(2010)01-0047-06

基于混合粒子群优化算法辨识Hammerstein模型*

徐小平[1,2]，钱富才[1]，王 峰[3]

(1- 西安理工大学自动化与信息工程学院，西安 710048;
2- 西安理工大学理学院，西安 710048; 3- 西安交通大学理学院，西安 710049)

摘 要: 非线性系统辨识是现代辨识领域中的一个主要问题。在非线性系统辨识中，系统常被表示为一系列块连接。针对非线性系统中的Hammerstein模型，本文提出了利用混合粒子群优化算法对非线性系统模型进行辨识。该方法的基本思想是将非线性系统的辨识问题转化为参数空间上的优化问题，然后采用粒子群优化算法(PSO)获得该优化问题的解。为了进一步增强粒子群优化算法的辨识性能，提出利用一种混合粒子群优化算法。最后，给出仿真实验，其结果验证了本文给出的辨识方法是有效的。

关键词: 系统辨识；混合；粒子群优化；Hammerstein模型

分类号: AMS(2000) 93B30 **中图分类号**: TP271 **文献标识码**: A

1 引言

线性系统的辨识研究理论已趋于成熟[1,2]，但在现实生活中，实际系统几乎是非线性系统，所以对非线性系统的研究十分必要[3]。然而，目前尚缺少描述各种非线性系统特性的统一数学理论，因而非线性系统的辨识往往是和特定的非线性系统模型描述相对应[4]。在实际应用中，常常许多非线性系统可用无记忆的非线性增益环节与线性子系统的内连来模型化[4,5]。Hammerstein模型是一种非线性系统的模块模型，它是由一个静态非线性和一个动态线性模块串联构成，大部分实际非线性系统可用Hammerstein模型来表示[4]。

粒子群优化(Particle Swarm Optimizer, PSO)算法是一种进化计算技术，最早是由Kennedy和Eberhart于1995年提出[6]，它可以用于解决非线性、不可微和多峰值的复杂问题。由于其思想简单、操作易行和解决问题的有效能力而被应用到许多领域[7]。当然，它也为解决复杂非线性系统的辨识问题提出了一条可能的途径。但在实际应用当中，也表现出了一些不尽人意的问题，这些问题中最主要的是它容易产生早熟收敛、局部寻优能力较差等[8,9]。

本文利用在一般PSO算法搜索过程中融入确定性局部搜索算法和变异操作算法，以此构成一种混合粒子群优化算法(Hybrid Particle Swarm Optimization, HPSO)来克服算法的早熟收敛、局部寻优能力较差等等缺点，将该算法用于对Hammerstein模型的辨识，仿真结果说明其辨识精度明显提高，收到了较满意的效果。

2 一般粒子群优化算法

PSO是粒子在解空间追随最优粒子进行搜索。它首先在可行解空间中随机初始化一群粒子，每个粒子都为寻优问题的一个可行解，并用某个函数计算出相应的适应值以确定是否达到

收稿日期: 2007-05-09. **作者简介**: 徐小平(1973年10月生)，男，博士，副教授. 研究方向：系统辨识等.

***基金项目**: 国家自然科学基金(60874033)；教育部博士学科基金(20060700007)；西安理工大学科技创新计划项目(108-210813)；西安交通大学校内基金(0109-08140015).

寻优目标。每个粒子将在解空间中运动，并由一个矢量决定其运动方向和位移。通常粒子将追随当前已知的最优位置，并经逐代搜索，最后得到最优解。

设第 i 个粒子位置为 $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in}]^{\mathrm{T}}$，速度为 $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{in}]^{\mathrm{T}}$。它迄今搜索到的个体极值和种群极值分别为 $p_i = [p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{in}]^{\mathrm{T}}$，$p_g = [p_{g1}, p_{g2}, \cdots, p_{gn}]^{\mathrm{T}}$。按追随当前已知的最优位置的原理，粒子 i 将按 (1) 式改变其位移方向和步长

$$\begin{cases} v_{id}(t+1) = w(t)v_{id}(t) + c_1r_1(p_{id}(t) - x_{id}(t)) + c_2r_2(p_{gd}(t) - x_{id}(t)), \\ x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t+1). \end{cases} \tag{1}$$

式中 $d = 1, 2, \cdots, n$。n 为解空间的维数；$i = 1, 2, \cdots, m$。m 为种群规模，一般取为 20 到 40；r_1 和 r_2 为 [0,1] 之间的随机数；c_1 和 c_2 为位移变化的限定因子，通常取为 2；w 为惯性权重，通常采用线性递减策略，即

$$w = (w_{\mathrm{ini}} - w_{\mathrm{end}})(T_{\max} - t)/T_{\max} + w_{\mathrm{end}}. \tag{2}$$

其中 $T_{\max}$ 为最大进化代数，w_{ini} 为初始权值，w_{end} 为进化至最大代数时的权值，为使粒子位移变化不致过大，可设定其上限 $V_{\max}$，当 $V_{\max} = 2$ 时，w 取 $[0.4, 0.9]$ 可得到较好结果。

3 混合粒子群优化算法

3.1 Hooke-Jeeves 模式搜索优化

Hooke-Jeeves 直接搜索法是由两种移动组成的序列优化技术，一种是探索移动，另外一种是模式移动，从几何意义上讲，Hooke-Jeeves 方法是寻找具有较小函数值的“山谷”，力图使迭代产生的序列沿“山谷”走向逼近极小点。算法从初始点开始，探测移动依次沿 n 个坐标轴进行，用以确定新的基点和有利于函数值下降的方向。模式移动沿两个相邻基点连线方向进行，试图沿着“山谷”使函数值更快的减小。

3.2 变异操作

进化算法当中，变异算子可增加种群多样性，从而完成探测过程。当然，变异操作的引入使 PSO 算法的收敛速度下降，但是解的精度可明显提高。变异过程可描述为：对每个粒子赋一个 [0,1] 之间的随机数，若该随机数小于给定的变异域值 μ_m，则粒子重新撒向搜索空间，其记忆自身最优位置和速度向量保持不变。从而增强了 PSO 算法全局探测能力。

3.3 混合算法

混合算法[10] 实现的基本思想为：设想在一维的搜索空间，有 x_a, x_b, x_c 和 x_d 四个局部最优点，全局最优点在 x_o，如果两个粒子 a 和 b 在各自的邻域内通过 Hooke-Jeeves 方法搜索到局部的最优值，然后再利用 PSO 算法自身比较特征，则全局最优点很容易即可找到。

在优化过程中，局部搜索的嵌入有两种方式。其一，每隔给定代数 T 后 (比如 T=1, 10 或 100)，对所有粒子实施局部搜索；其二，每代都实施局部搜索，但不是对所有粒子，而是设定一个局部搜索概率域值 μ_d, $\mu_d \in (0,1)$。μ_d 来控制实施局部搜索粒子的多少。在第二种方式中，还可以只对最优粒子进行局部搜索，或对每个粒子自身记忆最优点进行局部搜索，若个体自身记忆最优点没有改进，则无需进行局部搜索。同样，变异操作也有两种方式，若 $\mu_d = 0$，则粒子不执行 Hooke-Jeeves 操作，此时若 $\mu_m = 0$，则 HPSO 成为 PSO。

HPSO 算法描述如下。

步骤 1 设定种群 m，Hooke-Jeeves 搜索概率域值 μ_d，变异概率域值 μ_m，最大进化代数 $T_{\max}$，惯性权值 w_{ini} 和 w_{end}，进化代数计数器 $t = 1$，初始位置 $(x_1(t), x_2(t), \cdots, x_m(t))$，初始速度 $(v_1(t), v_2(t), \cdots, v_m(t))$；

步骤2 评价各粒子适应值，对第i个粒子配置分布于[0,1]随机数，若其小于μ_d，则按以下执行Hooke-Jeeves搜索；否则，进行 步骤3；

步骤2.1 当前点$x_i(t)$执行Hooke-Jeeves搜索，在每个坐标方向$(e_1, e_2, \cdots, e_D)$均选定初始步长δ，并设定$k = 1$；

步骤2.2 计算$f_k = f(x_1^{(k+1)}(t))$。设$j = 1$，$y^{(1)} = x_i^{(k)}(t)$，按 步骤2.3开始探测移动；

步骤2.3 根据当前基点$y^{(j)}$获得新的基点，以使变量$x_i^{(k+1)}(t)$的扰动

$$y^{(j+1)} = \begin{cases} y^{(j)} + \delta e_j, & \breve{f} = f(y^{(j)} + \delta e_j) < f = f(y^{(j)}), \\ y^{(j)} - \delta e_j, & \tilde{f} = f(y^{(j)} - \delta e_j) < f = f(y^{(j)}), \\ y^{(j)}, & f = f(y^{(j)}) < \min(\breve{f}, \tilde{f}). \end{cases} \tag{3}$$

这种寻找新基点的过程持续$j = 1, 2, \cdots$，直到$x_i^{(D)}(t)$被扰动而找到$y^{(D+1)}$；

步骤2.4 若$y^{(D+1)}$仍保持$x_i^{(k)}(t)$，减少步长$\delta = \beta\delta$，其中β为缩减率，$\beta \in (0, 1)$。设$j = 1$，到 步骤2.3。若$y^{(D+1)}$与$x_i^{(k)}(t)$不等，则新基点$x_i^{(k+1)}(t) = y^{(D+1)}$，到 步骤2.5；

步骤2.5 根据$x_i^{(k)}(t)$和$x_i^{(k+1)}(t)$，建立新模式移动方向s，$s = x_i^{(k+1)}(t) - x_i^{(k)}(t)$，并寻找点$y^{(1)}$，$y^{(1)} = x_i^{(k+1)}(t) + \alpha s$，其中$\alpha$为步长加速因子；

步骤2.6 设$k = k + 1$, $j = 1$, $f_k = f(y^{(1)})$，重复 步骤2.3。若$f(y^{(D+1)}) < f(x_i^{(k)}(t))$，得新基点$x_i^{(k+1)}(t) = y^{(D+1)}$，到 步骤2.5。若$f(y^{(D+1)}) \geq f(x_i^{(k)}(t))$，设$x_i^{(k+1)}(t) = x_i^{(k)}(t)$，减小步长$\delta = \beta\delta$，令$k = k + 1$，到 步骤2.2；

步骤2.7 如此继续下去，直到满足精度要求，即$\delta < \varepsilon$。

步骤3 比较粒子的适应值和自身最优值$pbest$，如果当前值比$pbest$更优，则置$pbest$为当前值，并设$pbest$的位置为D维空间中的当前位置；

步骤4 比较粒子适应值与种群最优值$gbest$，如果当前值比$gbest$更优，则置$gbest$为当前粒子的矩阵下标和适应值；

步骤5 按(3)式更新方向和步长，得新种群$X(t + 1)$，检查速度和位置是否超出限制；

步骤6 执行变异操作，对第i个粒子配置[0,1]随机数，若其小于μ_m，执行变异操作；

设$t = t + 1$，重复 步骤2到 步骤6直到满足停止标准。

4 Hammerstein 模型辨识

Hammerstein模型[4]是由一个无记忆非线性增益环节和线性子系统串联而成，其连接方式如图1所示。该文考虑一类有色噪声干扰下的Hammerstein模型的差分方程可描述为

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})x(k) + C(q^{-1})w(k), \tag{4}$$

其中q^{-1}为滞后算子，$x(k)$为非线性增益环节输出，$y(k)$为线性子系统输出，$w(k)$是均值为零，方差为σ^2的高斯白噪声，$C(q^{-1})$为白化滤波器，且$w(k)$与$u(k)$相互独立。且

$$A(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n} a_i q^{-i}, \quad B(q^{-1}) = \sum_{i=1}^{m} b_i q^{-i}, \quad C(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{l} c_i q^{-i}.$$

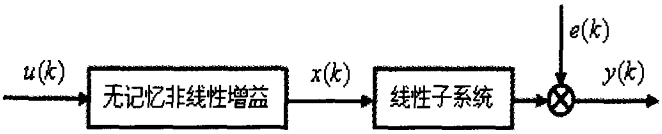

图 1: Hammerstein 模型结构图

无记忆非线性增益环节采用规格化以后的p阶指数多项式逼近，即

$$x(k) = u(k) + \sum_{i=2}^{p} r_i u^i(k).$$

且假设系统 (4) 的特征方程 $z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \cdots + a_n = 0$ 的特征根都在单位圆以内。

引入参数向量

$$\theta = (a_1, a_2, \cdots, a_n, b_1, b_2, \cdots, b_m, c_1, c_2, \cdots, c_t, r_2, r_3, \cdots, r_p)^{\mathrm{T}},$$

则辨识的目的就是在给定输入信号 $u(k)$ 和系统输出 $y(k)$ 的情况下估计参数向量 θ。

设参数向量 θ的估计值

$$\hat{\theta} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2, \cdots, \hat{a}_n, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \cdots, \hat{b}_m, \hat{c}_1, \hat{c}_2, \cdots, \hat{c}_t, \hat{r}_2, \hat{r}_3, \cdots, \hat{r}_p)^{\mathrm{T}},$$

则估计的偏差可以用以下准则函数[4] 来衡量

$$J(k) = \sum_{i=0}^{s} \beta(k,i) \big[y(k-i) - \hat{y}(k-i) \big]^2, \tag{5}$$

其中 s 为辨识窗口宽度，$\beta(k,i)$ 为权重，$\hat{y}(k)$ 为根据估计模型计算出的输出值。

由于极小化 (5) 式是一个优化问题，可以采用以上给出的混合粒子群优化 (HPSO) 算法来求 (5) 式的极值及其对应的模型参数值。

5 仿真示例

考虑系统形式如 (4) 式的 Hammerstein 模型，其中噪声 $w(k)$ 的均值为零，根方差 $\sigma = 0.01$，输入信号 $u(k)$ 为零均值高斯白噪声序列，方差 $\sigma^2 = 1$，取

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}, \quad B(q^{-1}) = q^{-1} + 0.5q^{-2},$$

$$C(q^{-1}) = 1 + 1.5q^{-1}, \quad x(k) = u(k) + 0.5u^2(k) + 0.3u^3(k) + 0.1u^4(k).$$

由以上可知，该模型总共有 8 个参数需要估计，即 $\theta = (a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, r_1, r_2, r_3, r_4)^{\mathrm{T}}$。

辨识算法参数设置：窗口 $s = 50$，对任意 k 和 i，权重 $\beta(k,i) = 1$，采用 HPSO 对 (5) 式寻优，粒子数 $m = 15$，适应值精度 $\varepsilon_f = 0.001$，初始和最终惯性权值 $w_{\mathrm{ini}} = 0.9$，$w_{\mathrm{end}} = 0.4$，信任参数 $c_1 = c_2 = 2$，最大速度 $V_{\max} = 2$，HJ 搜索的概率域值 $\mu_d = 0.05$，变异的概率域

值 $\mu_m = 0.05$，初始步长 $\delta = 0.5$，加速因子 $\alpha = 1$，缩减率 $\beta = 0.5$，允许精度 $\varepsilon = 0.01$，迭代次数为 50 和所有参数搜索范围初始化为 $[-2, 2]$。

表 1 列出利用 HPSO 算法和 PSO 算法进行随机仿真试验 10 次的统计结果。从表 1 中所列结果可以看出，利用 HPSO 算法的辨识方法辨识的精确度明显提高，充分显示了应用 HPSO 算法的辨识方法的有效性和可行性。且此时应用 HPSO 算法辨识得到的相应估计模型与真实模型的阶跃响应如图 2 所示。

表 1: 10 次随机仿真试验的统计结果

参数	真数	HPSO 估计值		PSO估计值	
		平均值	标准差	平均值	标准差
a_1	-1.5	-1.4983	0.0052	-1.5046	0.0112
a_2	0.7	0.7012	0.0048	0.7039	0.0094
b_1	1.0	1.0360	0.0313	0.9578	0.0375
b_2	0.5	0.5023	0.0064	0.4957	0.0108
c_1	1.5	1.5413	0.0368	1.4349	0.0563
r_2	0.5	0.4975	0.0072	0.5121	0.0231
r_3	0.3	0.3194	0.0223	0.3203	0.0316
r_4	0.1	0.9947	0.0125	0.1070	0.0187

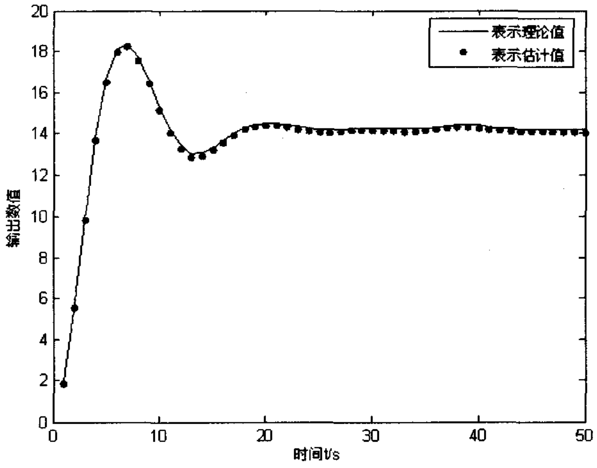

图 2: HPSO 算法辨识的阶跃响应

6 结论

本文利用了一种混合粒子群优化算法对Hammerstein模型进行辨识。混合粒子群算法由于局部搜索能力的增加，克服了早熟收敛问题，可找到问题的最优解。仿真结果表明，混合粒子群优化算法对非线性系统的辨识精度明显提高，显示了该方法的可行性和有效性。

参考文献：

[1] 孙楚仁. 有限维线性系统参数辨识问题[J]. 工程数学学报，2006, 23(6): 989-1000
Sun C R. System identification of finite-dimensional linear systems[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2006, 23(6): 989-1000

[2] 方崇智，萧德云. 过程辨识[M]. 北京：清华大学出版社，1988
Fang C Z, Xiao D Y. Process Identification[M]. Beijing: Tsinghua University Publisher, 1988

[3] Sjöberg J, *et al.* Nonlinear black-box modeling in system identification a unified overview[J]. Automatica, 1995, 31(12): 1691-1724

[4] 冯培悌. 系统辨识[M]. 杭州：浙江大学出版社，1999
Feng P T. System Identification[M]. Hangzhou: Zhejiang University Publisher, 1999

[5] 刘若峰，曹大铸. 一类非线性连续系统参数估计方法[J]. 自动化学报，1990, 16(5): 460-464
Liu R F, *Cao* D Z. *Parameter estimation method for a class of nonlinear continuous system*[J]. ACTA Automatica Sinica, 1990, 16(5): 460-464

[6] Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization[C]// Proc of IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway New Jersey, 1995, 4: 1942-1948

[7] Zhang H, *et al.* Multimode project scheduling based on particle swarm optimization[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2006, 21: 93-103

[8] 杨维，李歧强. 粒子群优化算法综述[J]. 中国工程科学，2004, 6(5): 87-94
Yang W, Li Q Q. Survey on particle swarm optimization algorithm[J]. Engineering Science, 2004, 6(5): 87-94

[9] 朱丽莉，杨志鹏，袁华. 粒子群优化算法分析及研究进展[J]. 计算机工程与应用，2007, 43(5): 24-27
Zhu L L, Yang Z P, Yuan H. Analysis and development of particle swarm optimization[J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(5): 24-27

[10] 俞欢军，许宁，张丽平等. 混合粒子群优化算法研究[J]. 信息与控制，2005, 34(4): 500-504
Yu H J, Xu N, Zhang L P, *et al.* Research on hybrid particle swarm optimization[J]. Information and Control, 2005, 34(4): 500-504

The Hammerstein Model Identification via Hybrid Particle Swarm Optimization

XU Xiao-ping[1,2], QIAN Fu-cai[1], WANG Feng[3]

(1- School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048;
2- School of Sciences, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048;
3- School of Sciences, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract: The nonlinear system identification is a main topic of modern identification. In the nonlinear system identification, a system is often represented as a series of blocks. According to the Hammerstein model, this article proposes a method for the nonlinear system identification by using the hybrid particle swarm optimization (HPSO). The basic idea of the method is that the problem of nonlinear system identification is changed into an optimization problem in parameter space and the particle swarm optimization (PSO) is then adopted to solve the optimization problem. In order to enhance the performance of the PSO identification, an HPSO is also presented. Finally, simulation results show that proposed methods are effective.

Keywords: system identification; hybrid; particle swarm optimization; Hammerstein model

Received: 09 May 2007. **Accepted:** 05 Mar 2008.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (60874033); the Fund for the Doctoral Program of the Education Department of China (20060700007); the Project Item of Technological Innovation of Xi'an University of Technology (108-210813); the Academic Fund of Xi'an Jiaotong University (0109-08140015).